

# 考虑降雨时空变化的单位线研究

张文华<sup>1</sup>, 夏军<sup>2,1</sup>, 张翔<sup>1</sup>, 张利平<sup>1</sup>

(1. 武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072;

2. 中国科学院地理科学与资源研究所 陆地水循环及地表过程重点实验室, 北京 100101)

**摘要:** 流域降雨的时空变异性和地形地貌特征, 以及不确定性因素对单位线的影响始终是流域汇流计算方法研究的难点问题。本文分析了传统的根据降雨时空分布不均匀性对单位线进行分类的方法及其缺点, 推导了考虑暴雨重心位置和降雨强度的影响的 S 曲线法, 给出了新的 S 曲线方程, 建立了 S 曲线参数与暴雨重心位置和降雨强度的关系, 采用该方法可求得任一暴雨重心位置及任一降雨强度下的时段单位线。该方法具有谢尔曼经验单位线简便实用的特点, 又具有考虑降雨时空变异性的优点, 在沮河流域洪水预报模型中的应用表明该方法是可行的。

**关键词:** 单位线; S 曲线; 暴雨重心; 降雨强度

中图分类号: P333.2

文献标识码: A

文章编号: 1000-0852(2007)05-0001-06

谢尔曼(L.K.Sherman)在研究流域地表汇流计算中,于1932年首次提出单位过程线的概念,并根据实测的降雨径流资料,分析出经验的单位过程线,后人为了纪念他的卓越贡献,以他的名字命名为谢尔曼单位线。半个多世纪过去了,尽管其倍比和叠加原理并不完全符合实际,并受降雨时空分布不均匀和地貌条件的影响,谢尔曼单位线仍然是水文预报和水文计算中地表汇流计算极其有效的主要方法而被广泛地应用。芮孝芳(1999)指出当用系统分析观点解释流域汇流时,流域单位线就是流域的水文响应。早在20世纪30~40年代,水文学家和自然地理学家就提出了通过经验统计分析途径,建立流域单位线的主要特征,如单位线峰值、峰值滞时等与流域地形地貌参数,如流域坡度、流域面积等之间的经验关系,以确定缺乏水文资料情况下流域单位线的方法<sup>[1]</sup>。近年来,芮孝芳和石朋(2002)研究了基于地貌扩散和水动力扩散的地貌瞬时单位线;芮孝芳(2003)提出了由流路长度分布律和坡度分布律确定地貌单位线的方法;谢平和孙志(2003)提出了基于线性动力波的地貌瞬时单位线,推进了考虑流域地形地貌条件的汇流计算方法的发展。1957年纳希(J. E. Nash)从线性水库的假设出发,提出了瞬时单位线,通过瞬时单位线参数的非线性修正,考虑了净

雨强度对单位线的影响,但对暴雨中心位置的影响仍采用分类处理的方法;张明(2002)以Nash模型(类似于分布)的数学表达形式为基础,应用最大信息熵原理,提出了一种Nash模型参数估计的新方法——熵法;石朋、芮孝芳等(2003)提出了首先由DEM提取地形地貌参数,然后推算Nash模型的参数的方法;孙颖娜和芮孝芳(2005)应用随机微分方程,探讨了随机输入情况下汇流的计算方法,其特点是考虑了不确定性因素对汇流过程的影响。

上述研究表明,流域降雨的时空变异性和地形地貌特征,以及不确定性因素对单位线的影响始终是流域汇流计算方法研究的难点问题。本文以谢尔曼经验单位线为基础,首先分析了根据降雨时空分布不均匀性对单位线进行分类的方法及其缺点,然后推导了受暴雨重心位置和降雨强度影响的S曲线法,给出了新的S曲线方程,建立了S曲线参数与暴雨重心位置和降雨强度的关系,采用该方法可求得任一暴雨重心位置及任一降雨强度下的时段单位线。该方法具有谢尔曼经验单位线简便实用的特点,又具有考虑降雨时空变化的优点。

## 1 现行的单位线分类方法

由于单位时段的净雨量在时间和空间的分布极

收稿日期: 2006-10-20

基金项目: 国家自然科学基金(50579053, 50279049)、高等学校博士点基金项目(20040486038)和湖北省自然科学基金(2005ABA288)资助

作者简介: 张文华(1936-),男,安徽芜湖人,教授,主要从事水文基础理论和方法的研究工作。

不均匀，又由于单位线并不完全符合倍比原理和叠加原理。因而在不同的时空分布的单位净雨量所分析得出的单位过程线有着很大的差异，为此众多的水文学家根据不同的要求和各自的理解将单位线分类，以便计算时应用，其分类方法主要有以下几种。

### 1.1 按暴雨中心位置分类

该分类方法认为，净雨量在时段内的均化，较在空间上的均化所引起的误差要小得多，因此可以不予考虑。

净雨量在空间上的分布并不均匀，一次降雨必然有暴雨中心。当暴雨中心在下游时，由于流程短，调蓄作用小，单位线的峰值高，洪峰滞时短，峰现时间提前，过程线呈尖瘦型；当暴雨中心在上游时，由于流程长，调蓄作用大，单位线的峰值低，洪峰滞时长，峰现时间滞后，过程线呈矮胖型；当暴雨中心在中游时，则介于两者之间，如图 1 所示。因此用暴雨中心的位置分类单位线，以考虑降雨的空间分布。对单位线的定义作经验性的修正。这种将单位线按暴雨中心的位置分为上、中、下游三条单位线，其区域的划分是非常模糊的，若暴雨中心处于区域之间选用哪一条单位线呢？即使在同一区域内，用一条单位线显然不合理，特别是对较大流域，因为同一区域仍然存在着上、中、下的问题，该法的实质就是建立单位线的峰值与暴雨中心区域(上、中、下游)的柱状图，如图 2 所示。

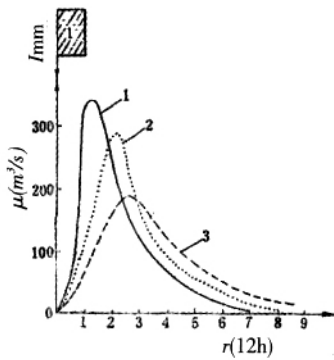


图 1 长江三峡区单位线按暴雨中心位置分类图 (流域面积为 31 720km<sup>2</sup>)

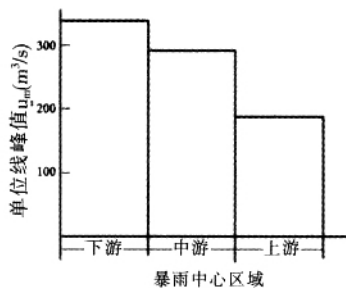


图 2 长江三峡区单位线峰值与暴雨中心区域关系图

### 1.2 按净雨强度分类

一个流域的输入和输出是一个非常复杂的非线性系统，并不完全符合倍比假定和叠加假定。净雨强度大，汇流速度就大，汇流时间就短，单位线的洪峰高且尖瘦，洪峰滞时短，峰现时间提前；净雨强度小则反之。而时段净雨量所反映出时段平均雨强，因此常以时段净雨量将单位线分类，如图 3 所示。该法是经验地对单位线假定进行修正。

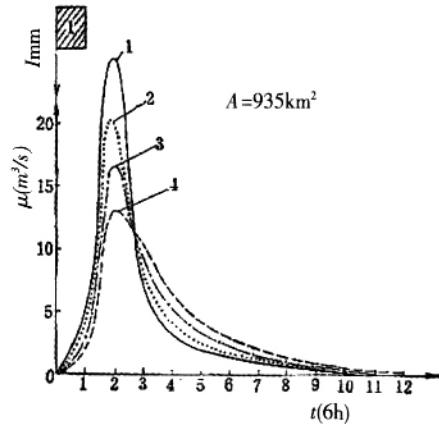


图 3 马良坪流域单位线按地表净雨量分类图

1—— $I > 60\text{mm}$  单位线；2—— $60\text{mm} \geq I > 30\text{mm}$  单位线；3—— $30\text{mm} \geq I > 15\text{mm}$  单位线；4—— $I \leq 15\text{mm}$  单位线，注： $I$  为地表净雨量

设时段地表净雨量为  $R_d$ ，在以  $R_d$  对分析的单位线进行分类时，只是建立地表单位线的峰值  $u_m$  与  $R_d$  的柱状图，且必须人为地设限，即  $R_d$  或者  $R_d$  未衔接，如图 4 所示。

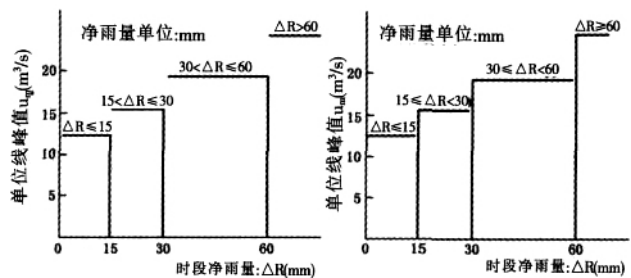


图 4 马良坪流域峰值与单位线时段地表净雨量关系图

### 1.3 按断面洪峰流量大小分类

河槽汇流速度随洪水大小而变化，大洪水流速大，洪峰出现时间提前，用它分析的单位线洪峰高且峰现时间提前，小洪水则反之，因此有些学者以洪峰流量做完指标将单位线分类，见表 1。显然，断面洪峰流量预估的未知值，怎么能将一个未知值作为分类的准则？它是不能求解的，因此必须建立峰量关系，才能由总径流深求出断面洪峰流量，再由洪峰流量选择所

表1 南河开封峪按单位线洪峰大小分类

	线别	I		II		
	峰号	641003	600627	640910	630520	630820
	$Q_m(m^3/s)$	3300	1780	1380	815	648
	$I(mm)$	51.7	24.4	18.8	10.2	10.0
	$U_m(m^3/s)$	900	980	649	691	646
	适用范围	$Q_m > 1500$		$1500 > Q_m > 550$		

需的单位线。对于相同的径流总量，由于降雨(净雨)过程的时空分布不同，其断面洪峰流量是截然不同的，用这样不确定的洪峰流量将单位线分类是不妥的。同时还存在着  $Q_m=1500m^3/s$  选择哪一条单位线？ $Q_m \leq 550m^3/s$  时，无单位线可供使用，如图5所示。该分类方法实质上是以洪量分类，但由峰量关系转换为洪峰流量时，不仅增加了一次误差，还作了无用功。

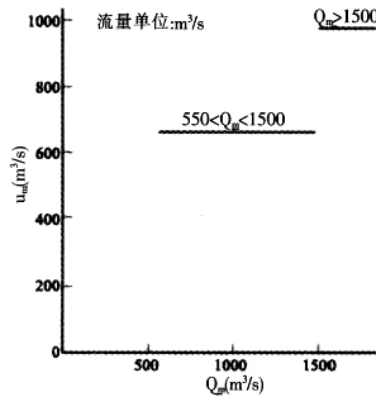


图5 南河开封峪流域峰值与断面洪峰流量关系图

1.4 按不同水源分类

有些学者认为，单位线的变化是由水源比例的不同而引起的，认为地面径流和地下径流分割不准，因而提出按不同水源比例对单位线进行分类，地下径流所占比例大的洪水单位线十分平缓且洪峰滞后，如表2

中、所示。反之单位线尖瘦且洪峰提前，如表2中线所示。

该法分类的主要依据是壤中流，而壤中流又是极其模糊而无法区分的概念。这种依据是显然不足，他也存在着上述方法存在的问题。同时洪峰流量的大小并不完全反映水源，而洪水过程的尖瘦和矮胖则一定程度地反映了水源的不同，同上述方法一样，该法是以洪峰流量来分类的，如图6所示。从表2中的分类表和图6可以看出，洪峰流量  $550m^3/s$  至  $1500m^3/s$  是一片空白，没有单位线可供使用，同时如何由来判断水源也非常困难。

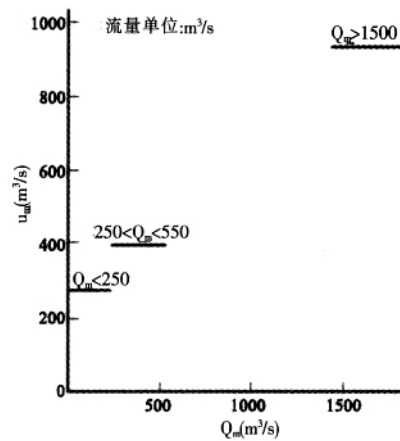


图6 南河开封峪流域单位线峰值与不同水源比例关系图

表2 南河开封峪流域不同水源比例单位线图

	线别	I		II			III
	峰号	641003	600627	610425	640510	631005	650514
	$Q_m(m^3/s)$	3300	1780	269	384	456	212
	$I(mm)$	51.7	24.4	7.1	9.8	12.4	7.9
	$U_m(m^3/s)$	900	980	390	396	394	276
	适用范围	$Q_m > 1500$		$550 > Q_m > 250$			$Q_m < 250$

上述诸方法不仅存在所指出的问题,还由于将大量分析出的单位线仅仅归纳为有限条可供使用的单位线,将大量的信息资源白白地浪费掉。同时上述方法仅仅不完善地考虑某单一因素来分类,显然是不够的,因为单位线是诸因素(主要是降雨的空间分布和雨强)综合影响的结果。

## 2 基于新 S 曲线的方法

单位线的变化是连续的,且是几个要素综合影响的结果。因此用单位线分类的方法来修正单位线的定义和假定是不得已而为之。这是因为分析出的单位线没有选配一条适合的方程所致,因此我们提出如下方法。

我们的思路是:首先将分析出的单位线转化成 S 曲线,将 S(t) 曲线点绘在以 S 为纵轴以 t 为横轴的直角坐标系中,选配一条 S 曲线方程,将其线性化后求得两参数,再将所求得的参数与暴雨重心位置和净雨强度建立相关关系,之后将 S 曲线转换成时段单位线,这样对于任一暴雨重心位置及任一降雨强度,便有一条与之相应的时段单位线。

### 2.1 流域时段单位线公式的推导

现行的曲线方程为

$$S = \frac{1}{a + be^{-t}} \quad (1)$$

式中: a, b 为常系数; e 为自然对数的底; t 为时间。

由式(1)知,当 t=0 时,  $S = \frac{1}{a+b}$ ; 当 t 时, S

$\frac{1}{a}$ 。显然此种 S 曲线不适合流域时段单位线,这是因为净雨开始时,已有单位线的水量,若要使得开始时刻单位线的水量为零,只有时间倒退至无穷远处,这显然是不合理的。为此作者建议一条通过原点的 S 曲线<sup>[10]</sup>,其曲线方程为

$$S = \frac{1}{1 + mt^n} \quad (2)$$

式中: m 为常系数; n 为指数 (n>0); 其他符号意义同前。

由式(2)知,当 t=0 时, S=0; 当 t 时, S=1。这符合单位线定义的 S 曲线。流域 t 时刻 S(t) 与 S(t-t) 之差,即为时段单位线

$$U(t) = S(t) - S(t-t) \quad (3)$$

式中: U(t) 为 t 时刻的单位线值; t 为时段值; 其他符号意义同前。

将式(2)代入式(3)得

$$U(t) = \frac{1}{1 + mt^n} - \frac{1}{1 + m(t-t)^n} = \frac{m[(t-t)^n - t^n]}{(1 + mt^n)[1 + m(t-t)^n]} \quad (4)$$

由于 t 为时段末 t<sub>2</sub>-5 时段初 t<sub>1</sub> 之差,即 t=t<sub>2</sub>-t<sub>1</sub>, 则 t 将带入式(4)中得

$$U(t_2) = \frac{m\{[t_2 - (t_2 - t_1)]^n - t_2^n\}}{(1 + mt_2^n)\{1 + m[t_2 - (t_2 - t_1)]^n\}} = \frac{m(t_2^n - t_1^n)}{(1 + mt_2^n)(1 + mt_1^n)} \quad (5)$$

### 2.2 参数 m, n 值的确定

为了推求 m, n 值,首先将式(2)线性化。

在区间内(0, )内, 0<s<1, 则由式(2)得

$$\frac{1}{s} = 1 + mt^n, \frac{1}{s} - 1 = mt^n \quad (6)$$

因为 s<1, 则  $\frac{1}{s} - 1 > 0$ , 故 m>0, 则将式(6)取以 e 为底自然对数得

$$\ln\left(\frac{1}{s} - 1\right) = \ln m + n \ln t \quad (7)$$

令  $y = \ln\left(\frac{1}{s} - 1\right)$ ,  $M = \ln m$ ,  $x = \ln t$ , 则式(7)可改写为

$$y = M + nx \quad (8)$$

由式(8)进行回归计算得

$$M = \bar{y} - n\bar{x} \quad (9)$$

$$n = \frac{\sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y})}{\sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x})^2} \quad (10)$$

式中: k 为数据系列长(自然数); 其他符号意义同前。

其中  $\bar{y}$ ,  $\bar{x}$  为

$$\bar{x} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \ln t \quad (11)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \ln\left(\frac{1}{s} - 1\right)$$

$$m = e^M$$

若取以 10 为底的对数时,则有

$$\bar{x} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \log t \quad (12)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \log\left(\frac{1}{s} - 1\right)$$

$$m = 10^M$$

如上所述: 单位线是诸要素综合影响的结果,影

响单位线主要因素是降雨空间分布和净雨强，它们是通过  $m$ 、 $n$  来影响单位线的。因此我们可以通过分析流域不同场次的暴雨重心位置、地表净雨强度与相应单位线  $m$ 、 $n$  建立关系，即

$$n = \varphi(L_c, I) \quad (13)$$

$$m = f(n) = f(\varphi(L_c, I))$$

$$m = \varphi(L_c, I) \quad (14)$$

$$n = f(m) = f(\varphi(L_c, I))$$

式中： $L_c$  为暴雨重心位置； $I$  为净雨强度。

### 2.3 暴雨重心的确定

从流域径流成因理论看，流域单位线是由流域单位水体所组成，暴雨中心并不能完全反映形成流域单位线的形态，而暴雨重心则能反映形成单位线的主要水体，符合径流成因理论，因此我们选用暴雨重心而不用暴雨中心。

首先我们选用取水流方向作为纵轴  $y$ ，垂直水流方向为横轴  $x$ ，则一场暴雨重心的座标为

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{\rho_i x_i}{\rho_i} \\ y_c &= \frac{\rho_i y_i}{\rho_i} \end{aligned} \quad i=(1,2,\dots) \quad (15)$$

式中： $x_c$ 、 $y_c$  为重心的  $x$ 、 $y$  的座标值；其他符号意义同前。由于  $L_c = L_c(x_c, y_c)$ ，故将  $L_c = L_c(x_c, y_c)$  代入式 (13) 或式 (14) 便可求得  $n$  和  $m$  值。

## 3 实例研究

### 3.1 流域概况

沮河为沮漳河正源，发源于保康县响铃沟，向东南依次为纳戴池河、杨家河、歇马河、深溪河、鸡冠河、重溪峡、白腊河、嘉峪河诸水，至南漳又有赵家河注入，于白福头入远安县境。全长 226km，其中境内长 98km。流域内高山峡谷，地势西北高，东南低，河床平均比降为 9.4‰；河道宽 30~40m，砂石结构，水流湍急。沮河流域为暴雨集中区、山洪猛涨猛落，水患频繁。沮河猴子岩流域面积为 2 611km<sup>2</sup>，其控制站为猴子岩站(1984 年 12 月迁至远安)。

流域处于亚热带季风区，夏季炎热多雨，冬季低温少雨，秋温高于春温，春雨多于秋雨，春秋较长，四季分明，气温年季变化大，无霜期长，多年平均气温 15.9℃，最高气温达到 40℃，最低气温 -13.5℃，多年平均湿度 78%，风向多为 NE。流域内降水充沛，多年平均降雨量

1 037mm。

### 3.2 研究结果

本研究选用沮河猴子岩流域欧家店、官斗坪、庙坪、玄虎、九里、马良坪、店垭、分水、峡口、洋坪、猴子岩(远安)、板桥、巡检、泥龙 14 个雨量站的 1978-1987 年共十年的日降雨、时段降雨资料；猴子岩(远安) 1978-1987 年十年的流量和蒸发资料。1978-1981 年和 1983-1987 年共九年 48 场洪水进行模型率定，1982 年 4 场洪水用来检验。

本文的关键问题是建立暴雨重心位置、地表净雨强度与式(2)中的参数  $m$ 、 $n$  的关系。我们采用 48 场暴雨洪水过程资料，分析其暴雨重心位置参数  $x_c$ 、 $y_c$  和地表净雨强度  $I$ ，并推求相应的时段单位线，将推求出来的单位线转换成 S 曲线，进行方程拟和求得参数  $m$ 、 $n$ 。限于篇幅，表 3 给出了部分场次暴雨洪水的分析结果。S 曲线的参数  $m$ 、 $n$  与降雨强度  $I$ 、暴雨重心位置参数  $x_c$ 、 $y_c$  之间呈明显的非线性关系，本文采用人工神经网络的 BP 模型建立 S 曲线参数  $m$ 、 $n$  与降雨强度  $I$ 、暴雨重心位置参数  $x_c$ 、 $y_c$  的关系。

表3 S曲线的参数 $m$ 、 $n$ 与降雨强度 $I$ 、暴雨重心位置参数 $x_c$ 、 $y_c$ 值

洪号	$m$	$n$	$I$	$x_c$	$y_c$
197805	6 872.7	2.62	1.58	5.57	14.41
197907	7 96.87	2.04	3.37	5.68	14.32
198009	2 983.6	2.13	0.57	5.72	15.36
198107	8 685.1	2.81	1.32	5.30	15.85
198306	12 847.0	2.24	1.75	5.39	15.98
198505	215.53	1.68	3.49	6.0	9.06
198706	1 945.0	2.21	1.21	4.6	15.96

采用 1982 年的四场雨洪过程来进行模型检验，首先通过分析降雨资料，计算每一场洪水过程对应的降雨强度  $I$  和暴雨重心位置参数  $x_c$ 、 $y_c$ ，然后，应用模拟 S 曲线参数  $m$ 、 $n$  与  $I$ 、 $x_c$ 、 $y_c$  关系的 BP 模型，得到参数  $m$ 、 $n$ ，即获得该场次洪水的单位线，进行汇流计算。图 7 给出了模型检验结果，模型效率系数为 0.71，相关系数为 0.93。

## 4 结语

本文分析总结了在使用谢尔曼经验单位线进行汇流计算时，为了考虑降雨的时空变化、单位线倍比原理和叠加原理修正的问题，常根据暴雨中心位置分类、净雨强度、断面洪峰流量大小和不同水源对单位

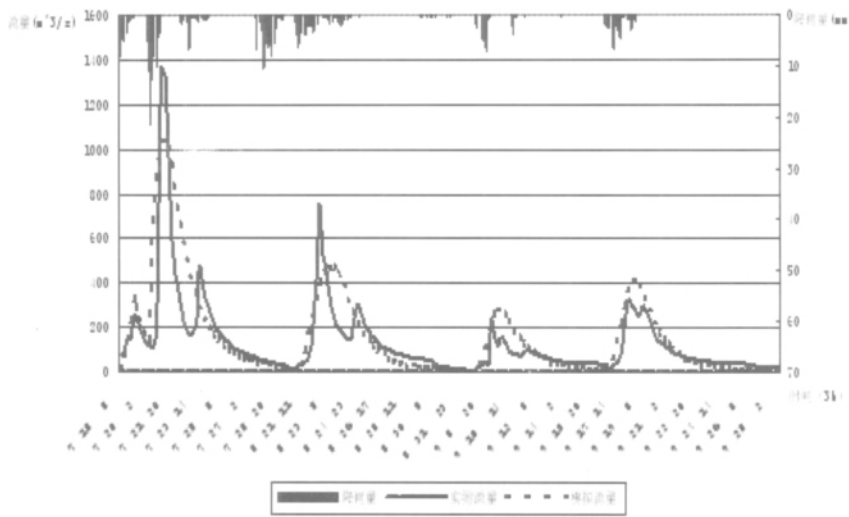


图7 1982年降雨径流过程图

线进行分类的传统方法,指出了这些方法存在的弊端。在此基础上,提出了考虑暴雨重心位置和降雨强度的影响的S曲线法,该方法将分析出的单位线转化成S曲线,将 $S(t)$ 曲线点绘在以S为纵轴以t为横轴的直角坐标系中,应用新的通过原点的S曲线方程来拟合该曲线,将其线性化后求得两参数,再将所求得的参数与暴雨重心位置和净雨强度建立相关关系,之后将S曲线转换成时段单位线。该方法通过S曲线参数与暴雨重心位置和降雨强度的关系,可求得任一暴雨重心位置及任一降雨强度下的时段单位线。该方法具有谢尔曼经验单位线简便实用的特点,又具有考虑降雨时

空变化的优点。为了进一步提高模型效率系数和预报精度,需要分析更多场次的雨洪资料,使曲线参数与暴雨重心位置和降雨强度的关系更加准确。

参考文献:

- [1] 芮孝芳.地貌瞬时单位线研究进展[J].水科学进展,1999,10(3),345-350.
- [2] Rinaldo A, A Marani, R Rigon. Geomorphological dispersion [J], Water Resour. Res., 1991, 27 (4): 513-525.
- [3] M. Hubail Ajward, I. Muzik, A Spatially Varied Unit Hydrograph Model [J], Journal of Environmental Hydrology, 2000, Vol. 8, paper 7, 1-8.
- [4] 芮孝芳,石朋.基于地貌扩散和水动力扩散的流域瞬时单位线研究[J].水科学进展,2002,13(4),439-444.
- [5] 谢平,孙志.基于线性动力波的地貌瞬时单位线模型[J].武汉大学学报(工学版),2003,36(1),5-8.
- [6] 芮孝芳.由流路长度分布律和坡度分布律确定地貌单位线[J].水科学进展,2003,14(5),602-606.
- [7] 张明.Nash模型参数估计的熵法[J].水利学报,2002,第1期,62-66.
- [8] 石朋,芮孝芳,瞿思敏.由DEM确定Nash汇流模型的参数[J].河海大学学报(自然科学版),2003,31(4),378-381.
- [9] 孙颖娜,芮孝芳.随机输入情况下汇流计算方法的探讨[J].水科学进展,2005,16(5),661-665.
- [10] 张文华,张翔.一种新S曲线的建议[J].数学的实践与认识,2005, Vol.35, No.6, 202-205.
- [11] 长江水利委员会.水文预报方法[M].北京:水利水电出版社,1993.

## A Unit Hydrograph Model Considering Spatio-Temporal Variation of Rainfall

ZHANG Wen-hua<sup>1</sup>, XIA Jun<sup>2</sup>, ZHANG Xiang<sup>1</sup>, ZHANG Li-ping<sup>1</sup>

(1. State key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072; China;

2. Key Laboratory of Water Cycle and Related Land Surface Processes, IGSNRR, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China)

**Abstract:** For many years, the impaction of watershed morphologic and topographic structure and spatio-temporal variation of rainfall on unit hydrograph has been the key question in studying method of watershed flow routing. This paper introduced the traditional classifications of unit hydrograph according to the spatio-temporal variation and analyzed their disadvantages. A new S-curve method considering the spatio-temporal variation of rainfall was proposed. The relationship between the parameters of the new S-curve equation and the barycenter of storm and the intensity of rainfall was found. The unit hydrograph with changing position of storm barycenter and intensity of rainfall can be built by using this method, which has the characteristics of Sherman unit hydrograph and also consider the temporal-spatial variation.

**Key words:** unit hydrograph; S-curve; the barycenter of storm; the intensity of rainfall